

# ОТ МНОГОМЕРНЫХ ФАЗОВЫХ ПРОСТРАНСТВ К МНОГОМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВА В ПРИРОДЕ

**Г.В. Жижин**

Участник проекта «Сколково» ООО «АДАМАНТ», Санкт-Петербург, Россия

Эл. почта: genzhizhin@gmail.com

Статья поступила в редакцию 01.02.2016; принята к печати 01.07.2016

Статья представляет собой обзор исследований автора в многомерных фазовых и реальных пространствах с определением размерности молекул различных соединений.

**Ключевые слова:** размерность, политоп, молекула, пространство, углевод.

## FROM MULTIDIMENSIONAL PHASE SPACES TO MULTIDIMENSIONALITY OF SPACE IN NATURE

**G.V. Zhizhin**

OOO "ADAMANT" participant in the Project "Skolkovo", Saint Petersburg, Russia

E-mail: genzhizhin@gmail.com

The paper reviews the author's studies in the field of multi-phase and real spaces culminating in the determination of higher dimensions of molecules of different compounds.

**Keywords:** dimension, polytope, molecule, space, carbohydrate.

### Введение

В последние годы были опубликованы работы автора, в которых определена размерность молекул различных веществ и установлена их высшая размерность. В данной работе проведен анализ перехода от качественных исследований многомерных фазовых пространств различных динамических систем, выполненных автором ранее, к определению высших размерностей молекул реальных веществ, кратко перечислены результаты этих определений, представлен новый результат: доказана высшая размерность молекул соединений, синтезированных при высоком давлении.

### Исследования фазовых пространств

При математическом моделировании разнообразных процессов в природе и технических устройствах получают, как правило, систему дифференциальных уравнений в частных или в полных производных, в которых независимыми переменными являются пространственные координаты и время, а зависимыми переменными являются различные параметры (термодинамические, массовые, кинетические, биологические и т. д.). Решения систем дифференциальных уравнений в частных производных в общем случае могут быть получены в результате применения сложных численных методов. Искусство математического моделирования состоит в том, чтобы выделить главные особенности рассматриваемого процесса и получить более простую систему дифференциальных уравнений желательного в полных производных, то есть систему в полных производных с независимой переменной временем или пространственной координатой. В первом случае мы имеем систему

со сосредоточенными параметрами, во втором случае – систему с распределенными параметрами. В обоих случаях система дифференциальных уравнений имеет множество особых точек, являющихся положениями равновесия системы, и, кроме того, она может иметь множество сингулярных точек, в которых производные имеют разрыв. Очевидно, что вид множества положений равновесия и расположение траекторий в их окрестности являются существенными характеристиками рассматриваемых систем в соответствующих фазовых пространствах, в которых фазовыми координатами выступают переменные параметры систем. Автор в течение многих лет исследовал фазовые пространства различных систем с распределенными и сосредоточенными параметрами: стационарные течения сжимаемых сред [1–3, 6, 8, 39], течения несжимаемых сред [7, 9–12, 21], течения в реакторах с химическими реакциями [4, 10, 14, 16, 18, 24] и др. В этих исследованиях, как правило, необходимо было рассматривать многомерное фазовое пространство систем дифференциальных уравнений, исследовать их особые точки и структуру фазового пространства в целом. Это привело к анализу пространственных неоднородностей, возникающих при взаимодействии составляющих среды под влиянием внешних воздействий. В частности, образования стоячих и бегущих волн химических реакций: реакций полимеризации [13, 15, 17–20, 23, 25, 30–33, 74], газовых химических реакций и волн детонации [27, 42, 43–45], волн химических реакций в конденсированных средах [28, 29, 36, 40]. Интерес к образованию структур приводит к исследованию систем дифференциальных уравнений и их фазовых пространств, описывающих различные процессы в природе: обра-

зование «жил» полезных ископаемых [35, 37], влияние волн детонации на экологические системы в биосфере [45], волн биологических популяций [34, 38, 41, 42, 75], программирование урожая [49], образование крупномасштабной структуры Вселенной [76], движение протуберанцев на Солнце [48].

### Разбиения пространств

При исследовании пространственных неоднородностей (уединенные волны, волны горения и детонации и т. д.), возникающих в результате взаимодействия нескольких различных составляющих возбудимой среды, естественно предположить возможность существования более сложных геометрических структур, возникающих в этих средах, например, при горении смесового пороха в шашке [40], то есть в ограниченном объеме. В этих случаях определяющими для возникающей структуры становятся геометрические размеры неоднородностей в разных направлениях. В связи с этим при исследовании диссипативных структур [47] возникает чисто геометрическая задача разбиения пространства неоднородностями – различными геометрическими формами, не имеющими общих внутренних точек. Исследовать геометрические структуры автор начал еще в 1960-е гг. после обсуждения вопроса с Б. Н. Делоне (задолго до работ Р. Пенроуза на эту тему [69]). Однако первая публикация вышла лишь в 1993 г. [26]. Следующая работа была опубликована еще почти через 20 лет [47]. В ней исследованы разбиения плоскости различными многоугольниками и проведено сравнение работы [26] с работами Р. Пенроуза. В частности, доказана ошибочность утверждения Р. Пенроуза о необходимых условиях существования апериодических разбиений. Дальнейшие исследования связаны с решением задачи о разбиении  $n$ -мерных пространств  $n$ -мерными геометрическими фигурами [52–60, 62, 73, 81, 82].

### Размерности химических соединений

Причина обращения к задаче о разбиениях  $n$ -мерных пространств состоит в том, что при анализе диффрактограмм интерметаллидов удалось установить, что утверждения об отсутствии порядка в интерметаллидах, которые были поэтому названы квазикристаллами (за их открытие Д. Шехтман [72] получил Нобелевскую премию), основано на недоразумении. Трансляционная симметрия в квазикристаллах есть, и она становится видна, если считать, что видимая плоская картина диффрактограммы есть проекция структуры из пространства высшей размерности [56, 57, 62, 73, 80]. Фундаментальной областью этой структуры является золотой гиперромбоэдр [56] с размерностью 4. Это заключение привело к проверке размерности многих молекул, размерность которых априори принималась равной 3. Размерности молекул были определены на основе работ Р. Гиллеспи и И. Харгитаи по геометрии молекул [64, 65] с помощью формулы Эйлера для политопов [56]. В частности, было показано, что молекула адамантана  $C_{10}$ , составляющая основную часть алмаза, имеет размерность 4 [57]. Молекула  $B_4Cl_4$  также имеет размерность 4 [77]. Структуры молекул, подобных молекулам адамантана и  $B_4Cl_4$ , также имеют размерность 4. Например, молекулы  $P_4O_6$ ,  $As_4O_6$ ,  $Sb_4O_6$ ,  $P_4O_{10}$ ,  $P_4O_9$ ,  $P_4O_6S_4$  имеют элементы структу-

ры, подобные молекуле адамантана, и также имеют размерность 4 или еще выше. Многие лекарственные средства также имеют группы из 10 атомов углерода и также имеют размерность 4 или выше. Атомы бериллия в кристаллическом фториде бериллия образуют конструкцию, типичную для атомов углерода в молекуле адамантана. Между атомами бериллия в этом соединении линейно расположены атомы фтора. Это не изменяет общей структуры соединения, имеющей размерность 4. Подобную структуру имеют соединения серебра и меди  $Ag_2O$ ,  $Cu_2O$ . В этих соединениях на местах расположения десяти атомов углерода молекулы адамантана расположены атомы кислорода, а атомы меди или серебра расположены линейно между атомами кислорода. Тетрамер этиксид талия  $Tl_4O_4(C_2H_5)_4$  с тетраэдрической координацией талия имеет сложную структуру входящих друг в друга тетраэдров (простейший вариант такой конструкции имеет молекула  $B_4Cl_4$ ). Эта молекула имеет размерность больше 4. Кристаллическая структура цинковой обманки (сферолитов)  $ZnS$  соответствует структуре атомов углерода в молекуле адамантана. Эта кристаллическая структура опять же имеет размерность 4. В  $\beta$ -кristаболите атомы кремния занимают места атомов углерода в молекуле адамантана, а между атомами кремния расположены атомы кислорода. Такие структуры имеют также молекулы  $SiCl_4$ ,  $Ge(CH_3)_4$ ,  $SnCl_4$ ,  $Pb(CH_3)_4$ ,  $Sn(CH_3)_2Cl_2$ . Все эти молекулы и им подобные имеют размерность 4.

Открытие адамантана стало толчком для развития химии полиэдров. Производные адамантана нашли практическое применение в качестве лекарственных средств в различных биологических процессах (противовирусные препараты, спазмолитические и противовоспалительные препараты, препараты против болезни Паркинсона и др.). Все эти препараты повторяют структурные элементы атомов углерода молекулы адамантана. Среди неорганических и металлоорганических соединений имеется ряд структурных аналогов адамантана. Они включают в себя уже указанные оксиды фосфора, уротропин и др.

Так как лекарственные средства предназначены для лечения живых организмов и, прежде всего, человека, представляет интерес рассмотреть размерности молекул, встречающиеся в живых организмах. Эти молекулы отличаются достаточной сложностью и являются соединениями так называемой супрамолекулярной химии. Молекулярно-биологические системы – это совершенные супрамолекулярные соединения, обладающие способностью к распознаванию, сборке и самоорганизации. Супрамолекулярные соединения характеризуются, как правило, большим количеством атомов, входящих в соединения. Однако только часть связей между атомами в них являются ковалентными. Многие атомы связаны слабыми связями (водородными, электростатическими и т. д.). В [61, 77] предложено при расчете размерности супрамолекулярных молекул учитывать только атомы, связанные ковалентной связью. В противном случае размерность молекул может неограниченно увеличиваться, что противостоит естественности.

В супрамолекулярной химии атомы и ионы металлов участвуют в создании межмолекулярных связей. В [61, 77] в качестве примера рассмотрен ион с центральным атомом кобальта  $Co(CO)_4^-$ . Показано, что размерность этого иона равна 8.

К числу важных супрамолекулярных соединений, обеспечивающих дыхание организмов, относятся гемы. Их основу составляет азотосодержащий пигмент порфирина. В центре порфирина в гемоглобине находится атом железа, а в центре порфирина в хлорофилле находится атом магния. В [61, 77] доказано, что размерность молекулы порфирина до присоединения атома кислорода равна 5, а после присоединения кислорода размерность равна 6.

Центральную роль в энергетическом обмене клеток живых организмов играет аденилатная система, которая включает в себя трифосфат, дифосфат и монофосфат аденозина (АТФ, АДФ и АМФ соответственно) [68]. Геометрически каждый остаток фосфорной кислоты представляет собой тетраэдр с центральным атомом фосфора. Два остатка фосфорной кислоты, соединенные в цепочку, как показано в [77], имеют размерность 8, а три остатка фосфорной кислоты в цепочке имеют размерность 12 [77]. Все эти политопа относятся к типу симплекса. Если размерность симплекса равна восьми, то из каждой вершины симплекса исходят 8 ребер. Если размерность симплекса равна двенадцати, то из каждой его вершины исходят 12 ребер. Так как в случае размерности 12 три остатка фосфорной кислоты содержат наибольшее количество энергии, а отщепление каждого остатка фосфорной кислоты сопровождается уменьшением энергии и передачей энергии от АТФ к другим соединениям, то можно считать, что размерность соединения связана с присутствием в соединении определенного количества энергии: чем больше энергии содержится в соединении, тем больше его размерность. В [77] обнаружено, что в общем случае размерность молекулы при одном и том же числе атомов зависит от числа ребер, исходящих из каждой вершины соответствующего политопа. В частности, в молекуле, состоящей из 10 атомов (например, молекуле адамантана), возможны три значения размерности: 4, 5, 9. Соответствующие числа ребер, исходящих из каждой вершины, равно 6, 8, 9. Максимальное число ребер, исходящих из каждой вершины, и соответствующее максимальное значение размерности образуются в тех случаях, когда политопа становится симплексом, то есть размерность на единицу меньше числа вершин. Дискретные значения размерности молекул отвечают различным энергетическим состояниям молекулы, связанным с переходами электронов на высокие энергетические квантовые уровни, если они есть у атомов, входящих в молекулу.

### Размерность соединений натрия и хлора при высоком давлении

В современной химии в последние годы резко вырос интерес к получению новых материалов с уникальными свойствами, возникающими вследствие наличия кластеров – групп соединенных друг с другом атомов [67]. В работах [78, 81, 82] рассмотрены особенности заполнения пространств многомерными молекулами и кластерами, для анализа которых требуется развитие известных методов разбиения многомерных пространств

В работах А. Оганова с соавторами [71, 83, 84] показано, что молекулы многих веществ при очень больших давлениях принимают новые необычные формы, а сами вещества приобретают чрезвычайно интересные свойства. Например, в [71] экспериментально обнаружено, что известное соединение натрия с хлором (поваренная соль) при давлении выше

142 ГПа имеет элементарную ячейку в виде куба, в вершинах которого расположены атомы натрия, и находящегося внутри куба икосаэдра с центром, в вершинах которого и в центре находятся атомы хлора (в [69] это соединение обозначается  $Pm\bar{3}-NaCl_7$ ). Определим размерность этой элементарной ячейки, используя уравнение Эйлера [56]

$$\sum_{j=0}^{n-1} (-1)^j f_j(P) = 1 + (-1)^{n-1}, (1)$$

где  $P$  – политопа размерности  $n$ ;  $f_j(P)$  – число его  $j$ -граней размерности  $j$ .

*Теорема.* Размерность элементарной ячейки  $Pm\bar{3}-NaCl_7$  равна 5.

*Доказательство.* На рис. 1 представлена структура этого соединения, где в вершинах 13–19 куба расположены атомы натрия, а в вершинах 1–12, 21 расположены атомы хлора. Заметим, что икосаэдр с центром уже имеет размерность 4. Действительно, икосаэдр имеет 12 вершин, 30 ребер, 20 плоских граней. Если в икосаэдр ввести центр, то для него  $f_0 = 13$ ,  $f_1 = 42$ ,  $f_2 = 50$ . Кроме того, добавляется 20 тетраэдров, и, учитывая, что они расположены в икосаэдре, получаем  $f_3 = 21$ . Подставляя полученные значения  $f_i$  в уравнение (1), находим, что оно удовлетворяется при  $n = 4$ :

$$13 - 42 + 50 - 21 = 0.$$

Это доказывает, что икосаэдр с центром имеет размерность 4.

Из этого уже следует, что размерность политопа с 21 вершиной на рис. 1 больше 4. Для определения этой размерности вычислим число элементов различной размерности, входящих в этот политопа. Таким образом, для этого политопа  $f_0 = 21$ . Число ребер есть сумма числа ребер икосаэдра (30); числа ребер, исходящих из центра к вершинам икосаэдра (12); числа ребер куба (12); числа ребер, исходящих из вершин куба к вершинам икосаэдра (24). Следовательно,  $f_1 = 78$ .

В двумерные элементы входят трапеции: 13-8-7-14, 1-3-17-16, 1-3-18-20, 19-8-7-15, 11-12-18-17, 11-12-19-13, 6-5-20-16, 5-6-14-15, 18-10-9-13, 9-10-20-14, 17-2-4-19, 2-4-15-16. Общее число трапеций – 12.

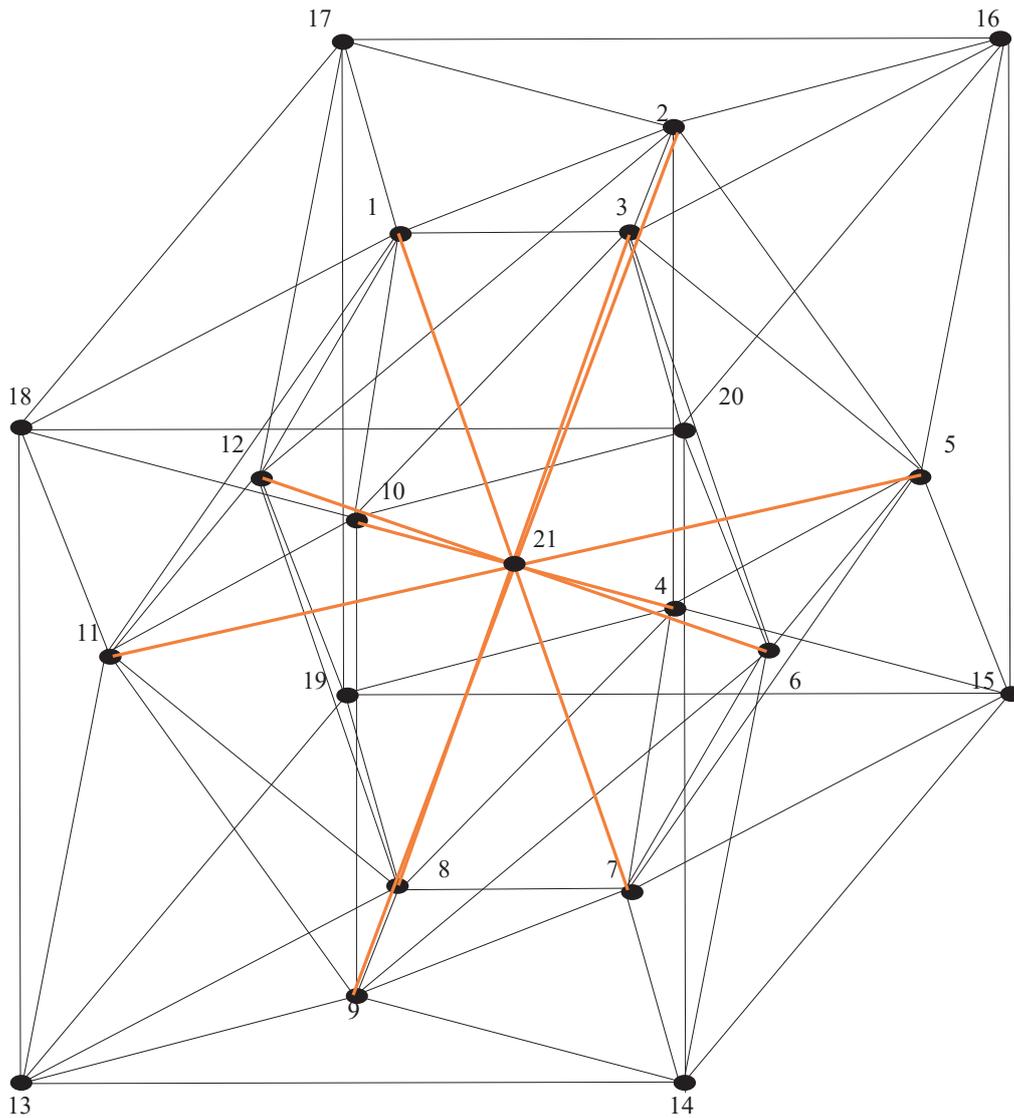
Также в двумерные элементы входят треугольники:

а) треугольники внешней поверхности икосаэдра (20); б) треугольники внутри икосаэдра:  $(20 \cdot 3)/2 = 30$ ; в) треугольники тетраэдров, опирающихся на грани икосаэдров (за исключением самих граней икосаэдров), имеющих общие вершины с кубом: 13-8-9, 13-11-9, 13-8-11, 14-7-9, 14-7-6, 14-9-6, 15-4-5, 15-4-7, 15-5-7, 19-4-8, 19-12-8, 19-12-4, 17-1-12, 17-1-2, 17-12-2, 16-3-2, 16-2-5, 16-3-5, 18-1-11, 18-1-10, 18-10-11, 20-3-10, 20-3-6, 20-6-10; всего этих треугольников – 24; г) треугольники у пирамид, опирающихся на грани куба, 13-1-18, 17-12-19, 18-17-1, 20-3-16, 16-5-15, 20-6-14, 19-8-13, 14-7-15, 18-10-20, 14-7-15, 17-2-16, 19-4-1; всего этих треугольников – 12.

Общее число треугольников:  $20 + 30 + 24 + 12 = 86$ .

Также в двумерные элементы входят 6 квадратов граней куба. Общее число двумерных элементов  $f_2 = 12 + 86 + 6 = 104$ .

В трехмерные элементы входят 1 куб, 1 икосаэдр, 20 тетраэдров в икосаэдре, 8 тетраэдров у вершин



**Рис. 1.** Структура соединения натрия и хлора при высоком давлении

куба 17-1-2-12, 16-2-3-5, 15-4-5-7, 14-6-7-9, 13-11-8-9, 18-1-12-11, 19-12-4-8, 20-3-6-10; 6 пирамид с основанием грань куба 13-11-18-19-12-17, 19-17-4-2-15-16, 16-15-5-6-14-20, 13-18-10-9-20-14, 18-17-1-3-20-16, 13-19-8-7-14-15; 12 пирамид на трапециях этих пирамид 18-17-11-12-1, 13-18-11-10-9, 11-12-13-19-8, 20-14-10-9-6, 17-16-1-3-2, 18-20-1-3-10, 13-14-9-8-7, 19-15-8-7-4, 14-15-7-6-5, 20-16-6-5-3, 16-15-5-2-4, 19-17-12-2-4.

Общее число трехмерных элементов  $f_3 = 2 + 20 + 8 + 6 + 12 = 48$ .

Четырехмерным элементом, как уже было доказано, является икосаэдр с центром. Есть и другие четырехмерные элементы. Вторым таким элементом является политоп на рис. 1 после удаления центра. Действительно, в этом случае  $f_0 = 21 - 1 = 20$ ,  $f_1 = 78 - 12 = 66$ ,  $f_2 = 104 - 30 = 74$ ,  $f_3 = 48 - 20 = 28$ . Подставляя эти значения  $f_i$  в уравнение (1), находим, что оно удовлетворяется при  $n = 4$ :

$$20 - 66 + 74 - 28 = 0.$$

Это доказывает, что фигура на рис. 1 после удаления центра представляет собой политоп размерности 4.

На рис. 1 можно найти еще три элемента размерности 4, если выделить соединения призм на параллельных гранях куба: верхней и нижней, правой и левой, передней и задней. Поскольку эти конструкции совместимы при повороте на  $90^\circ$ , то докажем искомое равенство лишь для одной из этих конструкций, например, для верхней и нижней граней куба. Эта конструкция изображена на рис. 2. В ней число вершин 16, то есть  $f_0 = 16$ . Число ребер складывается из числа ребер куба (12); числа ребер куба в верхней части (без ребер куба) 17-2, 2-16, 17-1, 1-2, 2-3, 1-3, 3-20, 3-10, 1-10, 1-18, 18-10, 10-20, 3-16, то есть 13 ребер; такое же число ребер (13) в нижней части; двух соединяющих (вертикальных) ребер 2-4, 10-9. Таким образом, общее число ребер  $f_1 = 40$ .

В двумерные элементы входят 6 граней куба; 10 граней пирамид в верхней части конструкции и 2 треугольника от пирамиды с основанием верхняя грань куба, то есть 12 двумерных элементов; столько же (12) двумерных элементов в нижней части конструкции; кроме того, еще 2 вертикальных трапеции у задней стенки куба и 2 вертикальных трапеции у передней стенки куба. Таким образом, общее количество двумерных элементов  $f_2 = 34$ .

В трехмерные элементы на рис. 2 входят 2 пирамиды с основанием в виде трапеции и 1 пирамида с основанием грань куба в верхней части конструкции; 3 такие же пирамиды в нижней части конструкции; 2 пирамиды с основаниями задняя и передняя стенки куба; один куб; фигура, оставшаяся от куба после вычета из него всех пирамид. Таким образом, общее число трехмерных элементов  $f_3 = 10$ . Подставляя значения  $f_i$ , определенные для политопа на рис. 2, в уравнение (1), находим, что оно удовлетворяется при  $n = 4$ :

$$16 - 40 + 34 - 10 = 0.$$

Это доказывает, что конструкция на рис. 2 имеет размерность 4. С учетом существования еще двух подобных конструкций и невозможности существования других подобных конструкций заключаем, что для политопа на рис. 1  $f_4 = 5$ . Подставляя значения  $f_i$ , определенные для политопа на рис. 1, в уравнение (1), находим, что оно удовлетворяется при  $n = 5$ :

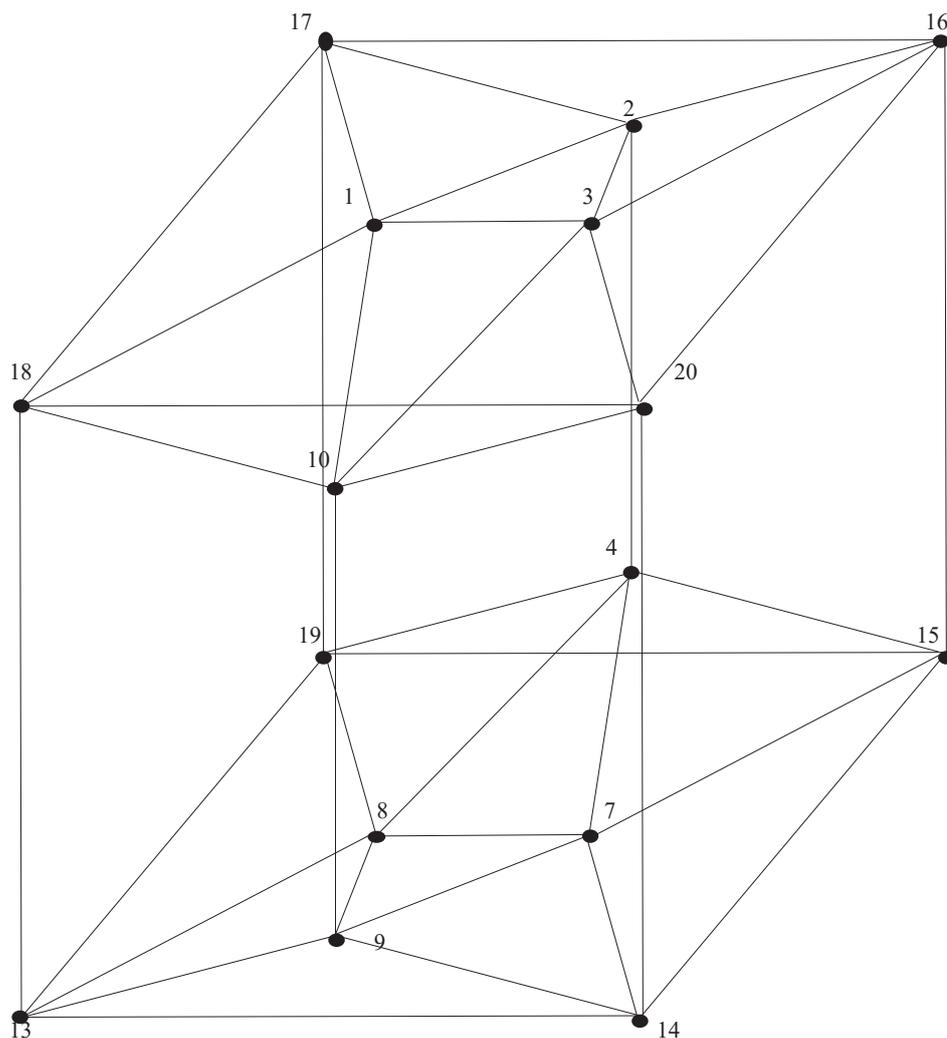
$$21 - 78 + 104 - 48 + 5 = 2.$$

Это доказывает, что политоп на рис. 1, соответствующий структуре соединения, получаемого взаимодействием натрия с хлором при высоком давлении (в

[69] это соединение обозначается  $Pm\bar{3}-NaCl_7$ ), имеет размерность 5.

### Заключение

Последовательные исследования разнообразных динамических систем в многомерных фазовых пространствах привели к представлениям о многомерности реального физического пространства, то есть о существовании в пространстве ограниченных областей высшей размерности, окруженных пространством более низкой размерности. Это не противоречит учению Б. Римана о пространстве, так как Б. Риман в своих основаниях геометрии не распространял пространство до бесконечности, полагая ограниченность объема пространства. Существенно, что такими ограниченными объемами могут быть объемы отдельных молекул. При использовании соотношения Эйлера для многомерных многогранников (политопов) доказано, что молекулы многих соединений представляют собой политопы высшей размерности, причем к числу этих молекул могут относиться и важные для жизнедеятельности и передачи наследственных признаков живых организмов. На примере соединения атомов натрия и хлора обнаружено, что высокие давления приводят к образованию сложных структур, существенно увеличивая размерность соединения.



**Рис. 2.** Четырехмерная часть элементарной ячейки соединения натрия и хлора при высоком давлении

Традиционные представления о дискретном мире также требуют изменения и развития с учетом полученных в последнее время данных о структуре материалов и высшей размерности многоатомных молекул. Например, открытие в последние десятилетия явления скейлинга в структуре материалов [66, 70] противоречит традиционным представлениям о дискретных системах, в которых предполагается существование конечных наименьшего и наибольшего расстояний между узлами системы (атомами или групп атомов). Имеется в виду представление о дискретных системах, построенных Б.Н. Делоне в 1930-х гг. [5] (например, гипотеза о пустом шаре), так как процесс скейлинга предполагает непрерывное изменение масштаба в дискретной системе, даже в случае флуктуирующего скейлинга [55]. Системами Б.Н. Делоне не описываются также и квазикристаллы [56, 73, 80], которые в силу их особой структуры обладают уникальными свойствами, например, высокой прочностью, высокой температурой плавления и др. Драгоценные минералы – алмаз, рубины и т. п., которым издавна приписывают различные ценные свойства, как оказывается, имеют размерность больше трех. Геометрия пространств высшей размерности, с учетом наблюдений над природными материалами, также требует своего развития. В работах [78, 80, 81] показано, что многомерными фигурами, способными к заполнению пространств высшей размерности грань в грань, являются политопические призмаэдры, то есть призмы с основаниями в виде политопов. Проведен анализ разбиения пространств политопическими призмаэдрами, приведены их конкретные изображения. Обнаружено, что политопические призмаэдры и есть те стереоэдры, о существовании которых в общем виде указывалось в работах

Б.Н. Делоне [5]. Доказано, что политопические призмаэдры могут контактировать друг с другом по граням любой размерности, меньшей размерности призмаэдра. Таким образом, утверждение в теории стереоэдров Б.Н. Делоне о том, что стереоэдры контактируют друг с другом только по гиперграням (с размерностью на единицу меньшей размерности стереоэдра), не корректно. Показано, что использование этого утверждения приводит к противоречиям.

Доказательство высшей размерности многоатомных молекул существенно меняет наши представления об окружающем мире. Оно приводит к необходимости отказа от положений геометрии Евклида не только при рассмотрении природы в больших масштабах, но и в малых масштабах, так как само существование ограниченных областей высшей размерности внутри пространства низшей размерности уже есть отказ от геометрии Евклида. Это может быть особенно важно для биологов, традиционно воспитанных на положениях геометрии Евклида и не задумывающихся о том, что и в живых организмах геометрия Евклида нарушается. Принципиально, что отмеченный факт требует развития и создания новой геометрии [67] применительно не только к получению новых материалов, но и к созданию новых лекарств, новых методов лечения в наномедицине. Высшая размерность, так же как и в алмазе, приводит к существованию разнообразия геометрических форм в локальной области пространства, что существенно для различных центров связывания, поскольку увеличивает возможности комплементарных взаимодействий между молекулами, важных для жизнедеятельности организмов. Из этого же следует возможность разработки и дизайна молекул высшей размерности, влияющих на жизнедеятельность.

## Литература

### Список русскоязычной литературы

1. Вулис ЛА, Гусика ПЛ, Жижин ГВ. Качественное исследование одномерного стационарного МГД-течения проводящего газа. Магнитная гидродинамика. 1971;(4):11-7.
2. Вулис ЛА, Гусика ПЛ, Жижин ГВ. Двухфазные течения в канале постоянного сечения (качественное исследование). Журн прикл мех тех физ. 1972;(5):143-56.
3. Вулис ЛА, Горячко ИГ, Жижин ГВ. Равновесные двухфазные течения в трубах с переменным расходом. В кн.: Кризисы кипения и околоскритическая область. Л.: Наука; 1977. с. 112-7.
4. Гусика ПЛ, Жижин ГВ. Нестационарные режимы радикальной полимеризации. Прикл мат мех. 1980;(4):702-9.
5. Делоне БН. Доказательство основной теоремы теории стереоэдров. ДАН СССР. 1961;138(6):1270-2.
6. Жижин ГВ. Качественное исследование одномерных стационарных течений. Автореф дис ... канд физ-мат наук. Л.: Изд-во Ленинградского политехнического института; 1972.

7. Жижин ГВ, Уфимцев АА. О течениях в плоском ламинарном пограничном слое дилатантных жидкостей. Изв АН СССР. Механ жидкости и газа. 1977;(5):164-8.
8. Жижин ГВ. Двухфазные течения с трением. Инженерно-физический журн. 1977;(1):186-8.
9. Жижин ГВ, Уфимцев АА. Течения в плоском ламинарном пограничном слое псевдопластических жидкостей. Изв АН СССР. Механика жидкости и газа. 1978;(1):186-8.
10. Жижин ГВ. Анализ проточного реактора идеального смешения при наличии трех фаз. Кинет катал. 1980;(2):511-8.
11. Жижин ГВ. Неизотермическое течение Куэтта неньютоновской жидкости под влиянием градиента давления. Журн прикл мех тех физ. 1981;(3):26-30.
12. Жижин ГВ, Онатцкий ПЛ. Движение частиц в нестационарном слоистом течении нежимаемой жидкости. Изв АН СССР. Механика жидкости и газа. 1981;(4):1399-1402.
13. Жижин ГВ. Структура волн фронтальной полимеризации. ДАН СССР. 1982; 263(6): 1399-402.

14. Жижин ГВ. Исследование работы реактора полунепрерывного действия. Теор основы хим технол. 1984;(6):769-74.
15. Жижин ГВ. К расчету структуры волн фронтальной полимеризации. Кинет катал. 1984;25(2):292-8.
16. Жижин ГВ, Сегаль АС. Статистическая модель двухфазного проточного реактора смешения с различными температурами фаз. Теор осн хим технол. 1985;(3):347-53.
17. Жижин ГВ. Определение координаты расположения фронта радикальной полимеризации. Кинет катал. 1985;(4):1002-5.
18. Жижин ГВ, Сегаль АС. Стационарные течения в каналах при автоволновом распространении химической реакции с резким увеличением вязкости. Журн прикл мех тех физ. 1986;(1):61-8.
19. Жижин ГВ, Сегаль АС, Бабаджанян АС, Давтян СП. О стационарных состояниях сферического фронта реакции в жидкости с переменной вязкостью. Кинет катал. 1986;(6):1310-4.
20. Жижин ГВ, Бабаджанян АС, Сурков НФ, Сегаль АС, Давтян СП. Об особенностях распространения тепловой волны при термической полимеризации виниловых мономеров. Хим физ. 1986;(10):1421-5.
21. Жижин ГВ. Ламинарный пограничный слой неньютоновских жидкостей (качественное исследование). Журн прикл мех тех физ. 1987;(3):71-81.
22. Жижин ГВ, Сегаль АС. Гидродинамическая устойчивость цилиндрического фронта реакции, сопровождающейся сильным увеличением вязкости. Журн прикл мех тех физ. 1988;(2):62-71.
23. Жижин ГВ, Сегаль АС. Гидродинамическая устойчивость сферического фронта реакции, сопровождающейся сильным увеличением вязкости. Изв АН СССР. Механика жидкости и газа. 1988;(3):46-53.
24. Жижин ГВ. Автоволновые процессы распространения химических реакций в дисперсных средах. Журн прикл мех тех физ. 1988;(6):35-43.
25. Жижин ГВ. Макрокинетика в реакторах фронтальной полимеризации. СПб.: Политехника; 1992.
26. Жижин ГВ. Паркетажи из равных треугольников, прилегающих друг к другу по целым сторонам. СПб.: Политехника; 1993.
27. Жижин ГВ, Ларина ТИ. Стоячие волны газовых химических реакций в пористых инертных средах. Физ горен взрыва. 1994;(4):11-20.
28. Жижин ГВ, Порицкая ИЯ. Саморегулируемые химические реакции  $n$ -го порядка в конденсированных средах. Физ горен взрыва. 1994;(6):61-8.
29. Жижин ГВ, Обухова ИА. Плоская модель вынужденной (неадиабатической) цилиндрической волны экзотермической реакции в конденсированной среде. Мат модел. 1995;10(7):47-58.
30. Жижин ГВ. Стационарная волна обратной радикальной полимеризации. Хим физ. 1997;(3):114-23.
31. Жижин ГВ, Обухова ИА. Гель-эффект при радикальной полимеризации. Мат модел. 1997;9(11):3-13.
32. Жижин ГВ. Математические модели волн радикальной полимеризации. СПб.: Изд-во Северо-западного заочного политехнического института; 1997.
33. Жижин ГВ. Математическая модель изотермической диффузионной волны радикальной полимеризации. Хим физ. 2000;(10):72-8.
34. Жижин ГВ, Большакова НН. Уединенные волны в популяциях одноклеточных животных организмов. Мат модел. 2000;(12):55-65.
35. Жижин ГВ. Моделирование полос Лизе-ганга, образующихся при фильтрации химически активных жидкостей. Хим физ. 2004;(1):82-9.
36. Жижин ГВ. Модель волны идеального твердопламенного горения с переменной поверхностью химического взаимодействия. Физ горен взрыва. 2004;(1):95-102.
37. Жижин ГВ. Моделирование полос Лизе-ганга, образующихся в реакциях ионного обмена. Хим физ. 2004;(10):54-61.
38. Жижин ГВ. Саморегулируемые волны химических реакций и биологических популяций. СПб.: Наука; 2004.
39. Жижин ГВ. Синергетика потоков. Жизнь и безопасность. 2004;(5-6):520-50.
40. Жижин ГВ. Релаксационная модель горения пороха. Проблемы баллистики. 2007;(1):151-5.
41. Жижин ГВ. Неподвижные диссипативные структуры, образуемые почвенными бактериями. Биофизика. 2005;(2):322-8.
42. Жижин ГВ. Диссипативные структуры в химических, геологических и экологических системах. СПб.: Наука; 2005.
43. Жижин ГВ. Волны горения с распределенными зонами химических реакций (неасимптотическая теория горения). СПб.: Изд-во Вернера Регена; 2008.
44. Жижин ГВ. Волны детонации в газе с переменным составом. СПб.: Политехника-сервис; 2009.
45. Жижин ГВ. Волны детонации в природе и технике, их математические модели и значение в нарушении экологических систем в биосфере. СПб.: Изд-во Северо-Западного государственного заочного технического университета; 2009.
46. Жижин ГВ. Выпуклые правильные многогранники. СПб.: Политехника-сервис; 2009.
47. Жижин ГВ. Геометрические основы диссипативных структур. СПб.: Политехника; 2010.
48. Жижин ГВ. Качественное исследование движения газа в протуберанцах на Солнце. В кн.: Струйные, отрывные и нестационарные течения. СПб.: Изд-во Балтийского государственного технического университета; 2010. с.74-6.
49. Жижин ГВ. Метод максимума в задачах программирования урожая. В кн.: Актуальные проблемы биологии и экологии. СПб.: Изд-во Лесотехнической академии; 2011; с. 133-42.

50. Жижин ГВ. Математическая модель уединенной волны жуков-короедов. Изв СПб Лесотехнической акад. 2011; (196):158-75.

51. Жижин ГВ, Селиховкин АВ. Математическое моделирование развития и распространения популяций насекомых-стволовых вредителей в лесах России. СПб.: Изд-во Лесотехнической академии; 2012.

52. Жижин ГВ. Иерархическое заполнение пространств политопами. В кн.: Наука и прогресс человечества. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; 2012. с. 57-9.

53. Жижин ГВ. Соотношения для числа граней различной размерности в башне  $n$ -мерных выпуклых политопов. В кн.: Труды IX Всероссийской научной школы «Математические исследования в естественных науках». Апатиты: Геологический институт КНЦ РАН; 2013. с. 24-32.

54. Жижин ГВ. Образы выпуклых правильных и полуправильных  $n$ -мерных политопов. В кн.: Труды IX Всероссийской научной школы «Математические исследования в естественных науках». Апатиты: Геологический институт КНЦ РАН; 2013. с. 33-42.

55. Жижин ГВ. Несоразмерные и флуктуирующие структуры в пространстве земной реальности. Биосфера. 2014;6(3):211-21.

56. Жижин ГВ. Мир 4D. СПб.: Политехника-сервис; 2014.

57. Жижин ГВ. О высших размерностях в природе. Биосфера. 2014;6(4):313-8.

58. Жижин ГВ. Фрактальная природа несоизмеримых фаз. В кн.: Труды X Всероссийской научной школы «Математические исследования в естественных науках». Апатиты: Геологический институт КНЦ РАН; 2014. с. 9-14.

59. Жижин ГВ. Фазовые переходы второго рода с флуктуацией геометрической структуры. В кн.: Труды X Всероссийской научной школы «Математические исследования в естественных науках». Апатиты: Геологический институт КНЦ РАН; 2014. с. 15-21.

60. Жижин ГВ. Математические исследования в естественных науках. IX Всероссийская научная школа. Апатиты 11-12 октября 2013 г. Биосфера. 2014;(1):109-11.

61. Жижин ГВ. Размерности супрамолекулярных соединений. Биосфера. 2015;7(2):149-54.

62. Шевченко ВЯ, Жижин ГВ, Маккей АЛ. О структуре квазикристаллов в пространстве высшей размерности. Изв РАН Сер хим. 2013;(2):269-74.

#### Общий список литературы/References

1. Vulis LA, Gusika PL, Zhizhin GV. [A qualitative study of unidimensional steady-state MHD flow of a conducting gas. Magnitnaya Dinamika]. 1971;(4):11-7. (In Russ.)

2. Vulis LA, Gusika PL, Zhizhin GV. [Two-phase flow in a channel of a constant cross section (qualitative study). Zhur Prikladnoy Mephaniki i Tekhnicheskoy Fiziki]. 1972;(5):143-56. (In Russ.)

3. Vulis LA, Goriachko IG, Zhizhin GV. [Equilibrium two-phase flow in tubes with

variable discharge]. In: Krizisy Kipeniya i Okolokriticheskaya Oblast (Boiling Crisis and the Near-Critical Region). Leningrad: Nauka; 1977. p. 112-7. (In Russ.)

4. Gusika PL, Zhizhin GV. [Non-stationary conditions of radical polymerization]. Prikladnaya Matematika i Mekhanika. 1980;(4):702-9. (In Russ.)

5. Delone BN. [The proof of the fundamental theorem of the theory of stereohedrons]. DAN SSSR. 1961;138(6):1270-2. (In Russ.)

6. Zhizhin GV. [A Qualitative Study of One-Dimensional Steady Flows]. PhD Theses. Leningrad; 1972. (In Russ.)

7. Zhizhin GV, Ufimtsev AA. [On flows in the plane laminar boundary layer of dilatant fluids]. Izv AN SSSR. Mekhanika Zhidkosti i Gaza. 1977;(5):164-8. (In Russ.)

8. Zhizhin GV. [Two-phase flow with friction]. Inzhenerno-Fizicheskiy Zhurn. 1977;(1):186-8. (In Russ.)

9. Zhizhin GV, Ufimtsev AA. [Flows in the flat laminar boundary layer of pseudoplastic fluids]. Izv AN SSSR. Mekhanika Zhidkosti i Gaza. 1978;(1):186-8. (In Russ.)

10. Zhizhin GV. [Analysis of flow reactor with ideal mixing in the presence of the three phases]. Kinetika i Kataliz. 1980;(2):511-8. (In Russ.)

11. Zhizhin GV. [Non-isothermal Couette flow of a non-Newtonian fluid under the influence of pressure gradient]. Zhurn Prikladnoy Mekhaniki i Tekhnicheskoy Fiziki. 1981;(3):26-30. (In Russ.)

12. Zhizhin GV, Onatsky PL. [Particles motion in unsteady laminar flow of incompressible liquid]. Izv AN SSSR Mekhanika Zhidkosti I Gaza. 1981;(4):1399-402. (In Russ.)

13. Zhizhin GV. [Frontal polymerization wave structure]. DAN SSSR. 1982;263(6):1399-402. (In Russ.)

14. Zhizhin GV. [A study of the operation of semi-continuous reactor]. Teoreticheskiye Osnovy Khimicheskikh Tekhnologiy. 1984;(6):769-74. (In Russ.)

15. Zhizhin GV. [On calculation of wave structure of frontal polymerization]. Kinetika i Kataliz. 1984;25(2):292-8. (In Russ.)

16. Zhizhin GV, Segal AS. [A statistical model of two-phase mixing flow reactor with different phase temperatures]. Teoreticheskiye Osnovy Khimicheskikh Tekhnologiy. 1985;(3):347-53. (In Russ.)

17. Zhizhin GV. [Determination of radical polymerization front coordinates]. Kinetika i Kataliz. 1985;(4):1002-5. (In Russ.)

18. Zhizhin GV, Segal AS. [Stationary flows in channels upon the auto-wave propagation of chemical reaction associated with drastically increasing viscosity]. Zhurn Prikladnoy Mekhaniki i Tekhnicheskoy Fiziki 1986;(1):61-8. (In Russ.)

19. Zhizhin GV, Segal AS, Babajanian AS, Davtyan SP. [Stationary states of a spherical reaction front in a liquid with variable viscosity]. Kinetika i Kataliz. 1986;(6):1310-4. (In Russ.)

20. Zhizhin GV, Babajanian AS, Surkov NF, Segal AS, Davtyan SP. [On specificity of propagation of heat wave upon the thermal polymerization

- of vinyl monomers]. *Khimicheskaya Fizika*. 1986;(10):1421-5. (In Russ.)
21. Zhizhin GV. [The laminar boundary layer of non-Newtonian fluids (a qualitative study)]. *Zhurn Prikladnoy Mekhaniki i Tekhnicheskoy Fiziki*. 1987;(3):71-81. (In Russ.)
22. Zhizhin GV, Segal AS. [The hydrodynamic stability of the cylindrical front of a reaction accompanied by drastic increase in viscosity]. *Zhurn Prikladnoy Mekhaniki i Tekhnicheskoy Fiziki*. 1988;(2):62-71. (In Russ.)
23. Zhizhin GV, Segal AS. [The hydrodynamic stability of the spherical front of a reaction accompanied by drastic increase in viscosity]. *Izv AN SSSR Mekhanika Zhiskosti i Gaza*. 1988;(3):46-53. (In Russ.)
24. Zhizhin GV. [Auto-wave processes of distribution of chemical reactions in a dispersion media]. *Zhurn Prikladnoy Mekhaniki i Tekhnicheskoy Fiziki*. 1988;(6):35-43. (In Russ.)
25. Zhizhin GV. *Makrokinetika v Reaktorakh Frontalnoy Polimerizatsii*. [Macro-kinetics in Frontal Polymerization Reactors]. Saint Petersburg: Politehnika; 1992. (In Russ.)
26. Zhizhin GV. *Parketazhi iz Ravnykh Treugolnikov, Prilegayuschikh Drug k Drugu po Tselym Storonom*. [Parquet Patterns of Identical Triangles Adjacent by their Entire Sides]. Saint Petersburg: Politehnika; 1993. (In Russ.)
27. Zhizhin GV, Larina TI. [Standing waves of gaseous chemical reactions in porous inert media]. *Fizika Goreniya i Vzryva*. 1994;(4):11-20. (In Russ.)
28. Zhizhin GV, Poritskaya IJ. [Self-regulating n-order chemical reactions in condensed matter]. *Fizika Goreniya i Vzryva*. 1994;(6):61-8. (In Russ.)
29. Zhizhin GV, Obukhova IA. [A plane model of forced (non-adiabatic) cylindrical wave of exothermic reaction in a condensed medium]. *Matematicheskoye Modelirovaniye*. 1995;10;(7):47-58. (In Russ.)
30. Zhizhin GV. [Stationary waves of reversible radical polymerization]. *Khimicheskaya Fizika*. 1997;(3):114-23. (In Russ.)
31. Zhizhin GV, Obukhova IA. [Gel effect in radical polymerization]. *Matematicheskoye Modelirovaniye*. 1997;9(11):3-13. (In Russ.)
32. Zhizhin GV. *Matematicheskiye Modeli Voln Radikalnoy Polimerizatsii*. [Mathematical Models of Radical Polymerization Waves]. Saint Petersburg: Izdatelstvo Severo-Zapadnogo Politekhnikeskogo Instituta; 1997. (In Russ.)
33. Zhizhin GV. [A mathematical model of isothermal diffusion wave of radical polymerization]. *Khimicheskaya Fizika*. 2000;(10):72-8. (In Russ.)
34. Zhizhin GV, Bolshakova NN. [Solitary waves in populations of unicellular animal organisms]. *Matematicheskoye Modelirovaniye*. 2000;(12):55-65. (In Russ.)
35. Zhizhin GV. [Modeling of Liesegang bands formed upon filtering of chemically active liquids]. *Khimicheskaya Fizika*. 2004;(1):82-9. (In Russ.)
36. Zhizhin GV. [A model ideal solid-flame combustion wave with variable chemical interactions surface]. *Goreniye i Vzryv*. 2004;(1):95-102. (In Russ.)
37. Zhizhin GV. [Modeling of Liesegang bands formed in ion exchange reactions]. *Khimicheskaya Fizika*. 2004;(10):54-61. (In Russ.)
38. Zhizhin GV. *Samoreguliruyemye Volny Khimicheskikh Reaktsiy v Biologicheskikh Populatsiyakh*. [Self-regulating Waves of Chemical Reactions and Biological Populations]. Saint Petersburg: Nauka; 2004. (In Russ.)
39. Zhizhin GV. [Synergetics of flows]. *Zhizn i Bezopasnost*. 2004;(5-6):520-50. (In Russ.)
40. Zhizhin GV. [A relaxation model of burning gunpowder]. *Problemy Ballistiki*. 2007;(1):151-5. (In Russ.)
41. Zhizhin GV. [Immobile dissipative structures formed by soil bacteria]. *Biofizika*. 2005;(2):322-8. (In Russ.)
42. Zhizhin GV. *Dissipativnye Struktury v Khimicheskikh, Geologicheskikh i Ekologicheskikh Sistemakh*. [Dissipative structures in chemical, geological and ecological systems]. Saint Petersburg: Nauka; 2005. (In Russ.)
43. Zhizhin GV. *Volny Goreniya s Rapredelennymi Zonami Khimicheskikh Reaktsiy (Neasimptoticheskaya Teoriya Goreniya)*. [Combustion Waves with Distributed Zones of Chemical Reactions (A non-asymptotic Theory of Combustion)]. Saint Petersburg: Werner Regen Publishing House; 2008. (In Russ.)
44. Zhizhin GV. *Volny Detonatsii v Gaze s Peremennym Sostavom*. [Detonation Waves in a Gas Having Variable Composition]. Saint Petersburg: Polytehnika-Servis; 2009. (In Russ.)
45. Zhizhin GV. *Volny Detonatsii v Prirode i Tekhnike: Ikh Matematicheskiye Modeli i Znachenije v Narushenii Ekologicheskikh Sistem v Biosfere*. [Detonation Waves in Nature and Technology: Their Mathematical Models and Significance in the Disarrangement of Ecological Systems in the Biosphere]. Saint Petersburg: Izdatelstvo Severo-Zapadnogo Zaochnogo Politekhnikeskogo Universiteta; 2009. (In Russ.)
46. Zhizhin GV. *Vypuklye Pravilnogrannnye Mnogogrannniki*. [Convex Polyhedrons with Regular Facets]. Saint Petersburg: Politehnika-Servis; 2009. (In Russ.)
47. Zhizhin GV. *Geometricheskiiy Osnovy Dissipativnykh Struktur*. [Geometric Foundations of Dissipative Structures]. Saint Petersburg: Politehnika; 2010. (In Russ.)
48. Zhizhin GV. [A qualitative study of gas motion in Sun prominences]. In: *Struynye, Otryvnye i Nestatsionarnye Tcheniya*. Saint Petersburg: Izdatelstvo Baltiyskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta; 2010; 74-6. (In Russ.)
49. Zhizhin GV. [A maximization method for crop yield programming]. In: *Aktualnye Problemy Biologii i Ekologii*. Saint-Petersburg: Izdatelstvo Lesotekhnicheskoy Akademii; 2011; p. 33-42. (In Russ.)
50. Zhizhin GV. [A mathematical model of a solitary wave of bark beetles]. *Izv Sankt-Peterburgskoy Lesotekhnicheskoy Akademii*. 2011;(196):158-75. (In Russ.)

51. Zhizhin GV, Selikhovkin AV. *Matematicheskoye Modelirovaniye Razvitiya i Rasprostraneniya Populiyatsiyi Nasekomykh-Stvolovykh Vrediteley v Lesakh Rossii*. [Mathematical Modeling of the Development and Spread of Tree-Trunk Damaging Insect Populations Russian Forests]. Saint Petersburg: Izdatelstvo Lesotekhnicheskoy Akademii Publishing; 2012. (In Russ.)
52. Zhizhin GV. [Hierarchical filling of spaces with polytopes]. In: *Nauka i Progress Chelovechestva*. Saint-Petersburg: Izdatelstvo Sankt-Peterburgskogo Gosudarstvennogo Politeknicheskogo Universiteta; 2012; p. 57-9. (In Russ.)
53. Zhizhin GV. [The ratios for the numbers of facets having different dimensions in a tower of  $n$ -dimensional convex polytopes]. In: *Matematicheskiye Issledovaniya v Yestestvennykh Naukakh*. Apatity: Geologicheskii Institut KNTs RAN; 2013; p. 24-32. (In Russ.)
54. Zhizhin GV. [Images of regular and semiregular convex  $n$ -dimensional polytopes]. In: *Matematicheskiye Issledovaniya v Yestestvennykh Naukakh*. Apatity: Geologicheskii Institut KNTs RAN; 2013; p. 33-42. (In Russ.)
55. Zhizhin GV. [Incommensurable and fluctuating structures in the terrestrial space]. *Biosfera*. 2014;6(3):211-21. (In Russ.)
56. Zhizhin GV. *Mir 4D [4D World]*. Saint-Petersburg: Politehnika-Servis; 2014. (In Russ.)
57. Zhizhin GV. [On high dimensionalities in nature]. *Biosfera*. 2014;6(4):313-8. (In Russ.)
58. Zhizhin GV. [The fractal nature of incommensurate phases]. In: *Matematicheskiye Issledovaniya v Yestestvennykh Naukakh*. Apatity: Geologicheskii Institut KNTs RAN; 2014. c. 9-14. (In Russ.)
59. Zhizhin GV. [Second-kind phase transitions associated with fluctuations of the geometric structure]. In: *Matematicheskiye Issledovaniya v Yestestvennykh Naukakh*. Apatity: Geologicheskii Institut KNTs RAN; 2014. p. 15-21. (In Russ.)
60. Zhizhin GV. [Mathematical studies in the natural sciences]. *Biosfera*. 2014;(1):109-11. (In Russ.)
61. Zhizhin GV. [The dimensionality of supramolecular compounds]. *Biosphere*. 2015;7(2):149-54. (In Russ.)
62. Shevchenko VY, Zhizhin GV, Mackay AL. [On the structure of quasicrystals in the a higher-dimensionality space]. *Izv RAN Ser Khim*. 2013;(2):269-74. (In Russ.)
63. Fischer J, Baumgartner J, Marschner C. Synthesis and structure of sila-adamantane. *Science*. 2005;(310):825-30.
64. Gillespie RJ. *Molecular Geometry*. London, New York: Van Nostrand Reinhold Company; 1972.
65. Gillespie RJ, Hargittai I. *The VSEPR Model of Molecular Geometry*. London: Allyn and Bacon; 1991.
66. Kadanoff LP. Scaling laws for Ising models Near  $\tau_c$ . *Physics*. 1966;2:263-72.
67. Lord E, Mackay AL, Ranganatan S. *New Geometries for New Materials*. Cambridge: Cambridge University Press; 2006.
68. Metzler DE. *Biochemistry. The Chemical Reactions of Living Cells*. Vol. 1. New York, San Francisco, London: Academic Press; 1977.
69. Penrose R. Pentaplexity: A class of nonperiodic tilings of the plane. *Math Intell*. 1979;(2):32-7.
70. Wilson RG. Renormalization group and critical phenomena. I. Renormalization group and the Kadanoff scaling picture. *Phys Rev B*. 1971;(4):3174-83.
71. Zhang W, Oganov AR, Goncharov AF, Zhu Q, Boulfelfel SE, Lyakhov AO, Stavrou E, Somayazulu M, Prakapenka VB, Konopkova Z. Unexpected stable stoichiometries of sodium chlorides. *Science*. 2013;(342):1502-5.
72. Shechtman D, Blech I, Gratias D, Cahn JW. Metallic phase with long-range orientational order and no translational symmetry. *Phys Rev Lett*. 1984;(53):1951-3.
73. Shevchenko VYa, Zhizhin GV, Mackay AL. On the structure of the quasicrystals in the space of higher dimensions. In: *Diamonds and Related Nanostructures*. Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer. 2013. p. 311-20.
74. Zhizhin GV. Stationary waves of reversible radical polymerization. *Chem Phys Reports*. 1997;(16):515-26.
75. Zhizhin GV. Immobile dissipative structures by soil bacteria. *Biophysics*. 2005;50(2):303-8.
76. Zhizhin GV. To a question on possible mesh large-scale structure of the Universe. In: *Proc Internat Conf "Problems of Practical Cosmology"*. Saint-Petersburg: Russian Geographical Society. 2008;(1):134-6.
77. Zhizhin GV. Dimensions of compounds in supramolecular chemistry. *Int J Chem Modeling*. 2015;7(2):125-35.
78. Zhizhin GV. N-prismahedrons and their dual polytopes. *Int J Chem Modeling*. 2015;7(2):136-9.
79. Zhizhin GV, Khalaj Z, Diudea MV. Geometrical and topological dimensions of the diamond. In: *Distance, Symmetry and Topology in Carbon Nanomaterials*. Diudea MV, Nagy CL, Eds. Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer. 2015; p. 215-24.
80. Zhizhin GV, Diudea MV. Spaces of nanoworld. In: *Sustainable Nanosystems, Development, Properties and Applications*. Putz MV, Ed. Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer. 2016; 343-5.
81. Zhizhin GV. Polytopic prismahedrons – fundamental regions of the  $n$ -dimension nanostructures. In: *Proc Internat Conference "Nanoscience in Chemistry, Physics, Biology and Mathematics"*. November 12-14. 2015. Cluj-Napoca, Romania. 2016. (accepted for publication).
82. Zhizhin GV. Stereohedrons and partition of the  $n$ -dimensional space. In: *Proc Internat Conf "Nanoscience in Chemistry, Physics, Biology and Mathematics"*. November 12-14. 2015. Cluj-Napoca, Romania; 2016 (accepted for publication).
83. Zhou XF, Oganov AR, Qion GR, Zhu Q. First principles determination of the structure of magnesium borohydride. *J Am Phys Soc*. 2012;(109):245503-1-245503-5.
84. Zhu Q, Oganov AR, Lyakhov AO. Novel stable compounds in the Mg-O system under high pressure. *Phys Chem*. 2013;(15):7696-700.